二次関数の問題　３

３年（　　　）組（　　　）番　　氏名（　　　　　　　　　　　　　）

(12) 関数 $y = ax^2$ について、x の値が1から4まで増加するときの変化の割合が－15であった。このとき、a の値を求めなさい。

(11) 関数 $y = -x^2$ について、x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ のとき、y の変域が $-16 \leqq y \leqq b$ である。このとき、a，b の値を求めなさい。

(10) x の値が－3から－1まで増加するとき、２つの関数 $y = ax$ と $y = x^2$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

(9) 関数 $y = -x^2$ について、x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき、y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。a，b の値を求めなさい。

(8) x の値が1から3まで増加するとき、２つの関数 $y = ax^2$ と $y = 2x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

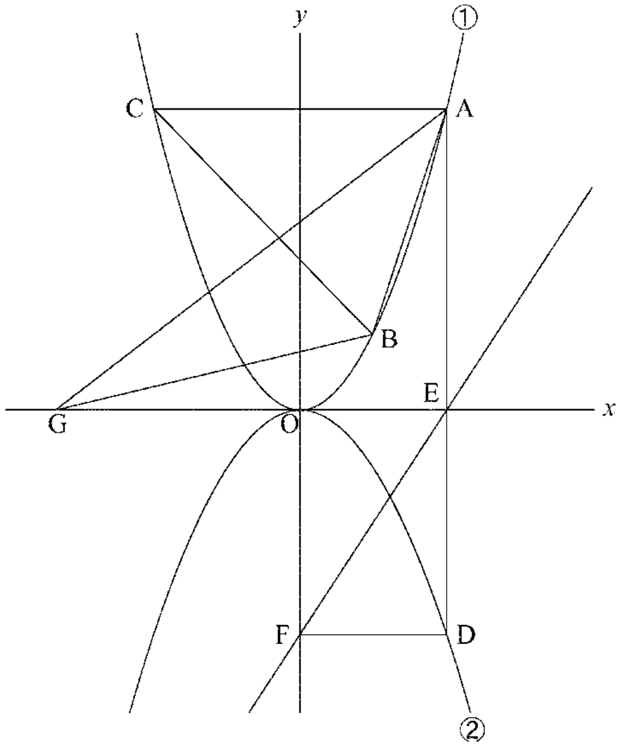
(7) 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ について、x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(26) 図において，曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。ただし，$a < 0$ とする。3 点 A，B，C はすべて曲線①上の点で，点 A の x 座標は 2，点 B の x 座標は 1 であり，線分 AC は x 軸に平行である。また，点 D は曲線②上の点で，線分 AD は y 軸に平行である。点 E は線分 AD と x 軸との交点であり，AE : ED = 4 : 3 である。さらに，点 F は y 軸上の点で，線分 DF は x 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 EF の式を求め，$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ウ) 点 G は x 軸上の点で，その x 座標は負である。三角形 ABC の面積と三角形 ABG の面積が等しくなるとき，点 G の座標を求めなさい。

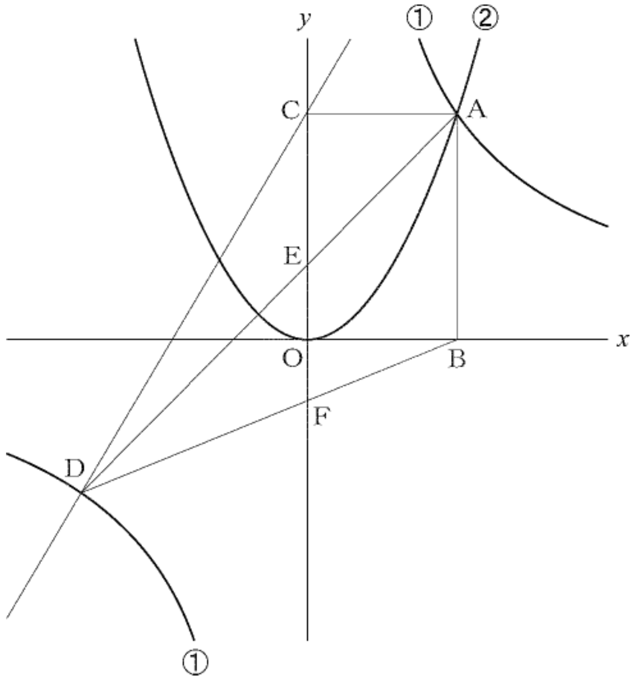


(25) 図において，曲線①は反比例 $y = \dfrac{6}{x}$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。点 A は曲線①と曲線②との交点で，その x 座標は 2 である。点 B は x 軸上の点で，線分 AB は y 軸に平行である。点 C は y 軸上の点で，線分 AC は x 軸に平行である。また，点 D は曲線①上の点で，その x 座標は－ 3 である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 CD の式を求め，$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ウ) 線分 AD と y 軸との交点を E，線分 BD と y 軸との交点を F とし，三角形 DFE の面積を S，四角形 AEFB の面積を T とするとき，S と T の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。



(12)　$y = ax^2$　　　変化の割合 $\dfrac{16a-a}{4-1}=\dfrac{15a}{3}=5a$

x	1	4
y	a	$16a$

別解　$(1 + 4) \times a = 5a$

$5a = -15$　より　$a = -3$

(11)　$y = -x^2$

x	-3	0	a
y	-9	0	-16

$a = 4$、$b = 0$

(10)　$y = ax$ の変化の割合は a　　$y = x^2$の変化の割合は-4

変化の割合 $\dfrac{1-9}{-1-(-3)}=\dfrac{-8}{2}=-4$

x	-3	-1
y	9	1

別解　$(-3-1) \times 1 = -4$

$a = -4$

(9)　$y = -x^2$

x	-1	0	2
y	-1	0	-4

$a = -4$、$b = 0$

(8)　$y = 2x$ の変化の割合は 2　　　$y = ax^2$の変化の割合は $4a$

変化の割合 $\dfrac{9a-a}{3-1}=\dfrac{8a}{2}=4a$

x	1	3
y	a	$9a$

別解　$(1 + 3) \times a = 4a$

$4a = 2$　より　$a = \dfrac{1}{2}$

(7)　$y = -\dfrac{1}{2}x^2$について、

x	2	4
y	-2	-8

変化の割合　$\dfrac{-8-(-2)}{4-2}=\dfrac{-6}{2}=-3$

別解　$(2 + 4) \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -3$

変化の割合は-3

(26)

(ｱ) 点 A と点 D の $\boldsymbol{x}$ 座標は **2**

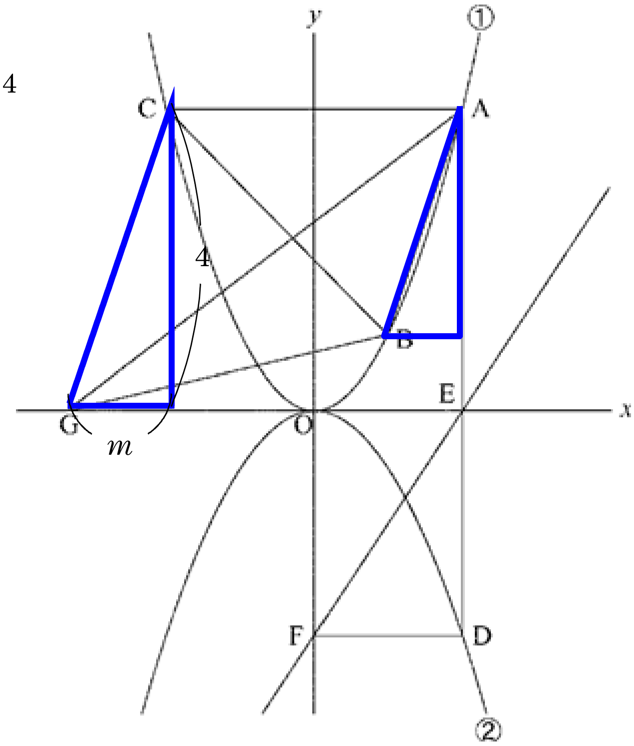
点 A は $y = x^2$ のグラフ上にあるので、$y = 4$

点 A(**2**, 4) と AE : ED = 4 : 3 より

点 D(2, − 3) となる

曲線② $y = ax^2$ は点 D を通るので、

代入して $-3 = \boldsymbol{4a}$　　$\boldsymbol{a} = -\dfrac{3}{4}$



(ｲ) 点 E は(2, 0), 点 D は(0, − 3)

傾きは 2 コイッテ 3 アガルので、$\dfrac{3}{2}$

切片は − 3 なので

$y = \dfrac{3}{2}x - \boldsymbol{3}$

(ｳ) △ ABC と△ ABG の面積が等しくなるには

底辺が AB で共通なので、高さが等しくなることが必要。

そのためには、CG∥AB になればよい。

点 B の $\boldsymbol{x}$ 座標は **1**, 点 B は $y = x^2$ のグラフ上にあるので、$y = 2$

点 B(1, 1) と点 A(**2**, 4) より AB の傾きは 1 コイッテ 3 アガルので、3

CG の傾き $\dfrac{4}{m} = 3$ になるには、$4 = 3m$　より $m = \dfrac{4}{3}$

OG の長さは、$2 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{10}{3}$　　　　したがって、点 G$\left(-\dfrac{10}{3},\ 0\right)$

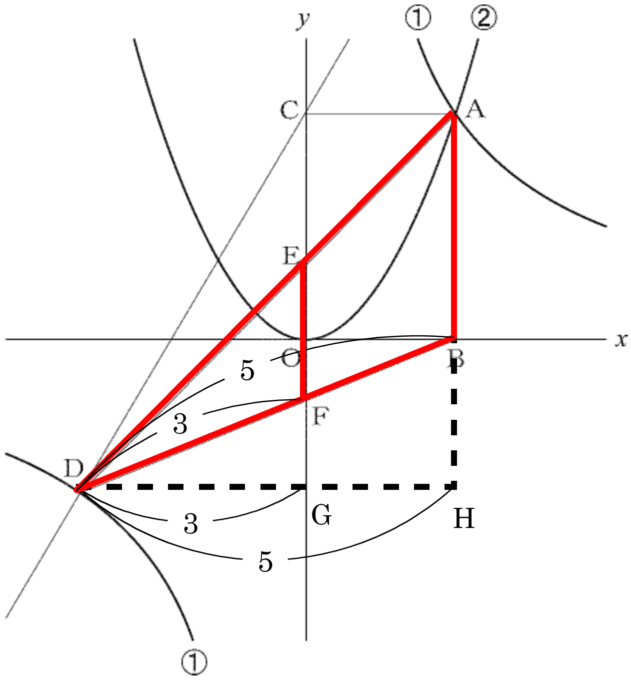
(25)

(ア) 点 A の $\boldsymbol{x}$ 座標は **2**

$\boldsymbol{y}=\dfrac{6}{\boldsymbol{x}}$ のグラフ上にあるので、$\boldsymbol{y}=\mathbf{3}$

$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}^2$ のグラフは、点 A(**2**, **3**)を通るので

$\mathbf{3}=\mathbf{4}\boldsymbol{a}$　　$\boldsymbol{a}=\dfrac{3}{4}$



(イ) 点 $\boldsymbol{D}$ の $\boldsymbol{x}$ 座標は－ **3**

$\boldsymbol{y}=\dfrac{6}{\boldsymbol{x}}$ のグラフ上にあるので、$\boldsymbol{y}=-\mathbf{2}$

点 C(**0**, **3**)と点 D(－ **3**, － **2**)を通るので、

傾きは **3** コイッテ **5** アガルので　$\dfrac{5}{3}$

$\boldsymbol{y}=\dfrac{5}{3}\boldsymbol{x}+\mathbf{3}$

(ウ) EF∥AB より　　△ DFE ∽△ DBA　相似比は DF : DB ＝ DG : DH なので

y 座標のみで分かる　　DG : DH ＝ **3** : **5**

相似な図形の面積比は相似比の 2 乗になるので　△ DFE : △ DBA ＝ **9** : **25**

四角形 AEFB の面積は、**25** － **9** ＝ **16**

したがって、△ DFE の面積 : 四角形 AEFB の面積＝ **9** : **16**

二次関数の問題　4

３年（　　　）組（　　　）番　　氏名（　　　　　　　　　　　　）

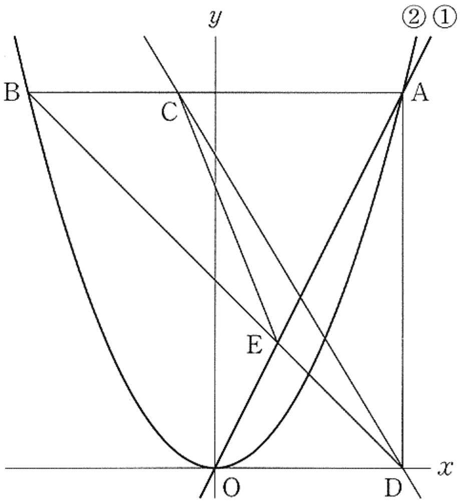
（６）関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq b$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

（５）関数 $y=ax^2$ について、x の値が１から３まで増加するときの変化の割合が８である。このとき、a の値を求めなさい。

（☆）２つの関数 $y=ax^2$（a は定数）と $y=-3x+3$ は，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域が同じになる。このとき，a の値を求めなさい。

(18)右の図において，直線①は関数 $y=2x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点Ａは直線①と曲線②との交点で，その x 座標は５である。点Ｂは曲線②上の点で，線分ＡＢは x 軸に平行である。点Ｃは線分ＡＢ上の点で，ＡＣ：ＣＢ＝３：２である。また，点Ｄは x 軸上の点で，線分ＡＤは y 軸に平行である。原点をＯとするとき，次の問いに答えなさい。

(ｱ)曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

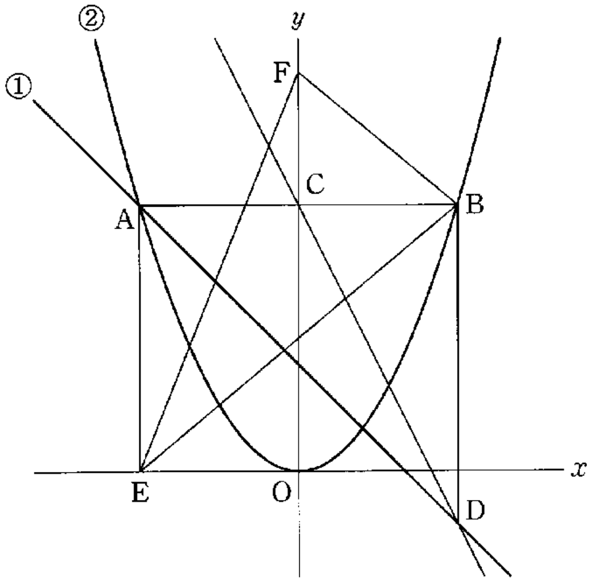


(ｲ)直線ＣＤの式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

(ｳ)直線①と線分ＢＤとの交点をＥとするとき，三角形ＡＥＤと三角形ＢＥＣの面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

(20) 図において，直線①は関数 $y = -x + 2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は -3 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は x 軸に平行であり，点 C は線分 AB と y 軸との交点である。また，点 D は直線①上の点で，線分 BD は y 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

(ｱ) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

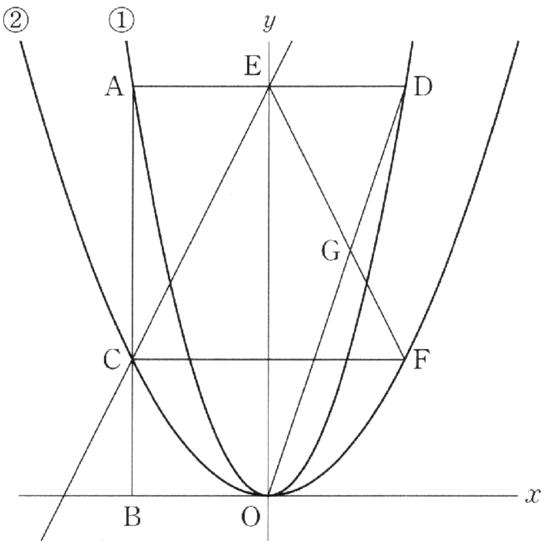


(ｲ) 直線 CD の式を求め，$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ｳ) 点 E は x 軸上の点で，線分 AE は y 軸に平行である。点 F は y 軸上の点で，その y 座標は正である。三角形 AEB と三角形 BFE の面積が等しくなるとき，点 F の座標を求めなさい。

(19) 図において，曲線①は関数 $y = x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。点 A は曲線①上の点で、その x 座標は -3 である。点 B は x 軸上の点で、線分ＡＢは y 軸に平行である。点 C は線分 AB と曲線②との交点で，AC : CB = 2 : 1 である。また、点 D は曲線①上の点で、線分 AD は x 軸に平行であり、点 E は線分 AD と y 軸との交点である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

(ｱ) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。



(ｲ) 直線 CE の式を求め、
$y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ｳ) 点 F は曲線②上の点で、線分 CF は x 軸に平行である。線分 OD と直線 EF との交点を G とするとき，線分 OG と線分 GD の長さの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

(6) $y=\dfrac{1}{2}x^2$

x	-4	0	2
y	8	0	2

$a=0$, $b=8$

(5) $y=ax^2$　　　　変化の割合 $\dfrac{9a-a}{3-1}=\dfrac{8a}{2}=4a$

x	1	3
y	a	$9a$

別解 $(1+3)\times a=4a$

$4a=8$ より　$a=2$

(☆) $y=-3x+3$ は，x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 12$ となる

$y=ax^2$ に　$x=-3$　，$y=12$ を代入して　　$12=9a$　　$a=\dfrac{4}{3}$

(18)

(ｱ) **二次関数 $y=ax^2$ の式を求める**　→　式にグラフが通る点の座標を代入する

A の x 座標が 5 より $y=2x$ に代入して $y=5$

A(5, 10)を $y=ax^2$ に代入して　　$10=25a$　　$a=\dfrac{2}{5}$

(ｲ) **２点を通る直線の式を求める**　→　グラフからよみとる

A(5, 10)より B(－ 5, 10)　　AB ＝ 10，AC : CB ＝ 3 : 2 より　AC ＝ 6

したがって、C(－ 1, 10)　　また D(5, 0)より 6 コイッテ１０サガルので

傾きは $-\dfrac{5}{3}$　　$y=-\dfrac{5}{3}x+b$　に D(5, 0)を代入して　$0=-\dfrac{25}{3}+b$　　$b=\dfrac{25}{3}$

$y=-\dfrac{5}{3}x+\dfrac{25}{3}$　　　　$m=-\dfrac{5}{3}$，$n=\dfrac{25}{3}$

(別解)切片を求める方法　傾きが $-\dfrac{5}{3}$ ということは 1 コイッテ $\dfrac{5}{3}$ サガルので

$10-\dfrac{5}{3}=\dfrac{25}{3}$

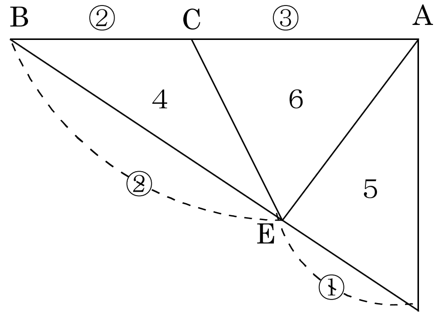
(ｳ) **面積の比を求める**　→　底辺の比や高さの比、相似比などを利用する

AB ＝ 10，OD ＝ 5 より　　AB : OD ＝ 2 : 1 ＝ BE : ED より

高さが等しいので　底辺の比＝面積の比　△ ABE : △ AED ＝ 2 : 1 ＝ 10 : 5

BC : CA ＝ 2 : 3 より　　高さが等しいので　底辺の比＝面積の比

△ BCD : △ ACE ＝ 2 : 3 ＝ 4 : 6



Ans.　5 : 4

(20)

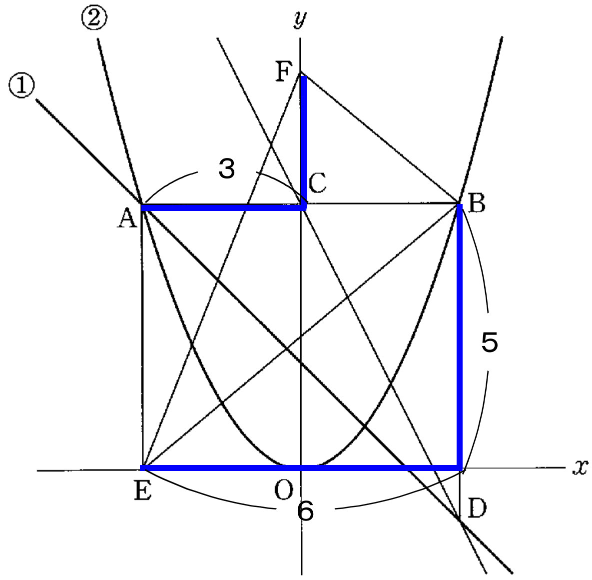
(ｱ) 点 A の x 座標は -3、

$y=-x+2$ のグラフ上にあるので代入して

$y=-(-3)+2=5$　　点 A $(-3,\ 5)$

点 A は $y=x^2$ のグラフ上にあるので

代入して　$5=9a$　　$a=\dfrac{5}{9}$



(ｲ) 点 A が $(-3,\ 5)$ なので，点 B は $(3,\ 5)$

点 D の x 座標は 3 とわかるので，

$y=-x+2$ のグラフ上にあるので代入して

$y=-3+2=-1$　　点 D $(3,\ -1)$

点 C $(0,\ 5)$ より切片は 5

傾きは 3 コイッテ 6 サガルので -2

式は　$y=-2x+5$

(ｳ) △ AEB と△ FEB は底辺を BE と考えれば共通なので面積が等しくなるには，高さも等しくなればよい。点 F の y 座標は正より，AF∥EB になれば高さが等しくなる。平行になるには傾きが等しければよい。

直線 EB の傾きは 6 コイッテ 5 アガル

直線 AF の傾きを△ ACF で見ると 3 コイッテ○アガルので等しくなるには

5 の半分の $\dfrac{5}{2}$ アガレばよい。　点 F の座標は，$5+\dfrac{5}{2}=\dfrac{15}{2}$　　F$\left(0,\ \dfrac{15}{2}\right)$

(19)

(ｱ) 点 A の x 座標は -3，$y=x^2$ のグラフ上にあるので代入して $y=9$　点 A $(-3,\ 9)$

AC : CB = 2 : 1 より，点 C $(-3,\ 3)$

点 C は $y=ax^2$ のグラフ上にあるので代入して　$3=9a$　　$a=\dfrac{1}{3}$

(ｲ) 点 C $(-3, 3)$，点 E $(0, 9)$ より　　直線 CE の傾きは 3 コイッテ 6 アガルので 2

切片は点 E $(0, 9)$ より 9 なので，　$y=2x+9$

(ｳ) OD の式は，$y=3x$

線分 CF は x 軸に平行で，

$y=3x^2$ 上の点より，

点 F は点 C と y 軸について

対称な点だから，F $(3,\ 3)$

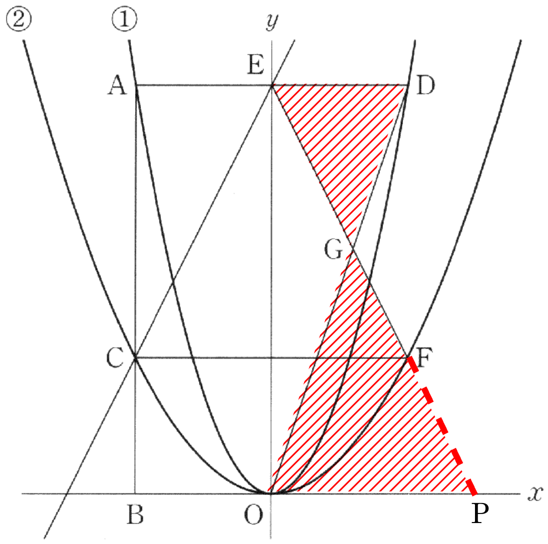
直線 EF の式は，直線 CE の式より

$y=-2x+9$

この直線と x 軸との交点を P とすると，

$y=0$　を代入して　$0=-2x+9$

$x=\dfrac{9}{2}$　　したがって，P$\left(\dfrac{9}{2},\ 0\right)$



ED // OP より，△ GDE ∽ △ GOP

OG : GD = OP : DE = $\dfrac{9}{2}$: 3 = 9 : 6 = 3 : 2